2017年陕西省普通高等教育专升本招生考试(样题)
高等数学答案及评分参考

一、单项选择题:本大题共 5 小题,每小题 5 分,共 25 分。

1. C　　2. B　　3. B　　4. A　　5. C

二、填空题:本大题共 5 小题,每小题 5 分,共 25 分。

6. 1　　7. 2　　8. $2t$

9. $\sin x-\dfrac{2}{\pi+2}$　　10. $2\pi a(1+a^2)^2$

三、计算题:本大题共 10 小题,每小题 8 分,共 80 分。计算题要有计算过程。

11. 解:

原式 $=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x-\sin x}{\dfrac{x^2}{2}\cdot x}=2\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x-\sin x}{x^3}$　　(4 分)

$=\dfrac{2}{3}\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos x}{x^2}=\dfrac{1}{3}$　　(8 分)

12. 解:

两边对 x 求导得 $y'=e^y+xe^yy'$,解出 y' 得 $y'=\dfrac{e^y}{2-y}$,　　(4 分)

$\dfrac{d^2y}{dx^2}=\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{e^y}{2-y}\right)=\dfrac{e^yy'(2-y)-e^y(-y')}{(2-y)^2}=\dfrac{e^{2y}(3-y)}{(2-y)^3}$　　(8 分)

13. 解:

原式 $=-\dfrac{1}{2}\displaystyle\int\dfrac{-2\sin x\cos x}{1+\cos^4x}dx=-\dfrac{1}{2}\int\dfrac{1}{1+(\cos^2x)^2}d\cos^2x$　　(4 分)

$=-\dfrac{1}{2}\arctan\cos^2x+C.$　　(8 分)

14. 解:

$$\int_0^4\frac{x+2}{\sqrt{2x+1}}dx=\frac{1}{2}\int_0^4\frac{2x+1+3}{\sqrt{2x+1}}dx$$

$=\dfrac{1}{4}\displaystyle\int_0^4(2x+1)^{\frac{1}{2}}d(2x+1)+\dfrac{3}{4}\int_0^4(2x+1)^{-\frac{1}{2}}d(2x+1)$　　(4 分)

$$=\frac{22}{3}$$ (8 分)

15. 解：

$$\frac{\partial u}{\partial y}=f_1'\cdot(-2y)+f_2'\cdot e^{xy}\cdot x=-2yf_1'+xe^{xy}f_2',$$ (4 分)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y\partial x}=-4xyf_{11}''+2(x^2-y^2)e^{xy}f_{12}''+xye^{2xy}f_{22}''+(1+xy)e^{xy}f_2'$$ (8 分)

16. 解：

$f(x,y,z)=x+y^2+z^3$ 在点 $P_0(1,1,1)$ 处可微，则在该点的梯度为 $\mathrm{grad}f_{P_0}$ $=(1,2,3)$, (2 分)

$$l^0=(\cos\alpha,\cos\beta,\cos\gamma)=\left(\frac{2}{3},-\frac{2}{3},\frac{1}{3}\right),$$ (4 分)

从而有 $\left.\frac{\partial f}{\partial l}\right|_{P_0}=1\times\frac{2}{3}+2\times\left(-\frac{2}{3}\right)+3\times\frac{1}{3}=\frac{1}{3}.$ (8 分)

17. 解：

$$D=\{(r,\theta):0\leqslant\theta\leqslant\frac{\pi}{4},0\leqslant r\leqslant 1\}$$ (2 分)

$$I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\mathrm{d}\,\theta\int_0^1(1-4r^2)r\mathrm{d}r$$ (4 分)

$$=-\frac{\pi}{8}.$$ (8 分)

18. 解：

由格林公式得

$$\oint_L(2x-y+4)\mathrm{d}x+(5y+3x-6)\mathrm{d}y=\iint_D 4\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$ (4 分)

$$=12.$$ (8 分)

19. 解：

$$\rho=\lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right|=\frac{1}{3},\text{收敛半径 }R=3,$$

当 $x=3$ 时，级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n}$ 收敛，当 $x=-3$ 时，级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$ 发散，

故收敛域为 $(-3,3]$. (2 分)

令 $S(x)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n x^n}{n3^n}\quad x\in(-3,3]$,

$$S(x)=\int_0^x\left(\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n t^{n-1}}{3^n}\right)\mathrm{d}t+S(0)$$ (6 分)

$= \ln 3 - \ln(3+x), x \in (-3,3]$ (8 分)

20. 解：特征方程为 $\lambda^2 - 2\lambda = 0$，特征根 $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = 2$，

对应齐次方程的通解 $Y = C_1 e^{2x} + C_2$， (2 分)

设方程 $y'' - 2y' = 3e^{2x}$ 的一个特解为 $y^* = Axe^{2x}$， (4 分)

代入方程 $y'' - 2y' = 3e^{2x}$，得 $A = \dfrac{3}{2}$，特解为 $y^* = \dfrac{3}{2}xe^{2x}$， (6 分)

故原方程的通解为 $y = C_1 e^{2x} + C_2 + \dfrac{3}{2}xe^{2x}$. (8 分)

四、证明题和应用题：本大题共 2 小题，每小题 10 分，共 20 分。计算题要有计算过程，证明题要有证明过程。

21. 证明：

令 $f(x) = \ln(1+x), x > 0$ (3 分)

在 $[0,x]$ 上对 $f(x)$ 应用拉格朗日定理得 $\exists \xi \in (0,x)$，使得

$$f(x) - f(0) = f'(\xi)(x-0) = \frac{x}{1+\xi},$$ (6 分)

因为 $0 < \xi < x$，所以 $\dfrac{x}{1+x} < \dfrac{x}{1+\xi} < x$， (8 分)

从而得证 $\dfrac{x}{1+x} < \ln(1+x) < x \quad (x > 0)$. (10 分)

22. 解：

两曲线交点为 $(0,0)$ 和 $(1,1)$ (2 分)

$$S = \int_0^1 (x^{\frac{3}{2}} - x^2)\mathrm{d}x = \frac{1}{15},$$ (6 分)

$$V = \pi\int_0^1 (x^3 - x^4)\mathrm{d}x = \frac{\pi}{20}$$ (10 分)