2018年陕西省普通高等教育专升本招生考试
高等数学试题答案及评分参考

一、单项选择题：本大题共5小题，每小题5分，共25分。

1. B　　2. A　　3. A　　4. C　　5. D

二、填空题：本大题共5小题，每小题5分，共25分。

6. $\frac{1}{3}$　　7. 6　　8. $\frac{1}{2}$　　9. $\sin x-1$　　10. 20π

三、计算题：本大题共10小题，每小题8分，共80分。计算题要有计算过程。

11. 解：

原式 $=\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin x-x}{x^2\sin x}$　　（3分）

$=\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin x-x}{x^3}=\lim\limits_{x\to0}\frac{\cos x-1}{3x^2}$　　（6分）

$=\lim\limits_{x\to0}\frac{-x^2}{6x^2}=-\frac{1}{6}.$　　（8分）

12. 解：

方程两边对 x 求导，得

$y'-e^y-xe^yy'=0,$　　（4分）

解得 $y'=\frac{e^y}{1-xe^y},$　　（6分）

当 $x=0$ 时，$y=2$，

所以 $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=0}=e^2.$　　（8分）

13. 解：

原式 $=\int\frac{x}{1+x^2}dx+\int\frac{\arctan x}{1+x^2}dx$　　（2分）

$=\frac{1}{2}\int\frac{d(1+x^2)}{1+x^2}+\int\arctan x\,d\arctan x$　　（6分）

$=\frac{1}{2}\ln(1+x^2)+\frac{1}{2}(\arctan x)^2+C.$　　（8分）

14. 解：

原式 $=\int_{-1}^{1}x\sqrt{x^2+1}\,dx+\int_{-1}^{1}xe^x\,dx$　　（2分）

$$= 0 + \int_{-1}^{1} x \mathrm{d}e^x \tag{6 分}$$

$$= (xe^x - e^x)\Big|_{-1}^{1}$$

$$= \frac{2}{e}. \tag{8 分}$$

15. 解：

$$\frac{\partial u}{\partial x} = f'_1 + f'_2. \tag{4 分}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = f''_{11}(-1) + f''_{12} + f''_{21}(-1) + f''_{22} = f''_{22} - f''_{11}. \tag{8 分}$$

16. 解：

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 1, \frac{\partial f}{\partial y} = -1, \frac{\partial f}{\partial z} = 3z^2, \tag{2 分}$$

$$\mathbf{grad} f(1,1,1) = (1, -1, 3), \tag{4 分}$$

$$\boldsymbol{l}^0 = \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right), \tag{6 分}$$

所以 $\left.\frac{\partial f}{\partial l}\right|_{(1,1,1)} = 1 \times \frac{2}{3} + (-1) \times \frac{2}{3} + 3 \times \frac{1}{3} = 1.$ (8 分)

17. 解：

在极坐标系中，闭区域 D 可表示为：$0 \leqslant r \leqslant 1, 0 \leqslant \theta \leqslant \pi$， (2 分)

$$I = \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} \mathrm{d}x\mathrm{d}y + \iint_D xy \mathrm{d}x\mathrm{d}y \tag{4 分}$$

$$= \int_0^{\pi} \mathrm{d}\theta \int_0^1 r^2 \mathrm{d}r + 0 \tag{6 分}$$

$$= \pi \cdot \frac{1}{3} r^3 \Big|_0^1$$

$$= \frac{\pi}{3}. \tag{8 分}$$

18. 解：

令 $P = y + \sin x, Q = 3x + \cos y, D: (x-1)^2 + y^2 \leqslant 9$，

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = 3, \frac{\partial P}{\partial y} = 1, \tag{2 分}$$

由格林公式得：

$$I = \iint_D (3 - 1) \mathrm{d}x\mathrm{d}y \tag{6 分}$$

$$= 18\pi. \tag{8 分}$$

19. 解：

$$f(x) = \frac{1}{2 + x - 2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{x-2}{2}} \tag{4 分}$$

$$= \frac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{x-2}{2}\right)^n \quad \left(\left|\frac{x-2}{2}\right|<1\right)$$ (6 分)

$$= \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2^{n+1}}(x-2)^n \quad (0<x<4).$$ (8 分)

20. 解：

对应齐次方程的特征方程为 $r^2-r-2=0$，

特征根为 $r_1=-1, r_2=2$，

对应齐次方程的通解为 $Y=C_1e^{-x}+C_2e^{2x}$. (3 分)

设原方程的特解形式为 $y^*=ae^x$，

代入原方程得 $a=-\frac{1}{2}$，

得　原方程的一个特解为 $y^*=-\frac{1}{2}e^x$. (6 分)

故　原方程的通解为 $y=C_1e^{-x}+C_2e^{2x}-\frac{1}{2}e^x$. (8 分)

四、应用题与证明题：本大题共 2 小题，每小题 10 分，共 20 分。应用题的计算要有计算过程，证明题要有证明过程。

21. 证：

令　$f(x)=x\ln x-x+1$， (2 分)

因为　$f'(x)=\ln x+x\cdot\frac{1}{x}-1=\ln x>0 \quad (x>1)$， (5 分)

所以　$f(x)$ 在区间 $(1,+\infty)$ 内单调增加. (8 分)

又　$f(1)=0$，且　$f(x)$ 在区间 $[1,+\infty)$ 上连续，

所以　当 $x>1$ 时，$f(x)>0$，

即　当 $x>1$ 时，$x\ln x>x-1$. (10 分)

22. 解：

$$S=\int_0^1(x-x^3)\,dx$$ (3 分)

$$=\left(\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{4}x^4\right)\Big|_0^1=\frac{1}{4}.$$ (5 分)

$$V=\int_0^1(\pi x^2-\pi x^6)\,dx$$ (8 分)

$$=\pi\left(\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{7}x^7\right)\Big|_0^1=\frac{4\pi}{21}.$$ (10 分)