2017年陕西省普通高等教育专升本招生考试
高等数学试题答案及评分参考

一、单项选择题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

1. D　　2. B　　3. C　　4. A　　5. B

二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

6. $-\frac{1}{3}$　　7. 5　　8. -2　　9. $x-2$　　10. $3\sqrt{2}$

三、计算题：本大题共 10 小题，每小题 8 分，共 80 分。计算题要有计算过程。

11. 解：

$$原式=\lim_{x\to 0}\frac{x-\sin x}{x^3} \qquad (3分)$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{3x^2} \qquad (6分)$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{1}{2}x^2}{3x^2}=\frac{1}{6}. \qquad (8分)$$

12. 解：

方程两边对 x 求导，得

$$y+xy'+\frac{1}{y}y'=0 \qquad (4分)$$

解得　$y'=\dfrac{-y^2}{xy+1}$，　(6分)

当 $x=0$ 时，$y=\mathrm{e}$，

所以　$\left.\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right|_{x=0}=-\mathrm{e}^2$　(8分)

13. 解：

$$原式=\int\frac{1}{1+\ln x}\mathrm{d}(1+\ln x) \qquad (4分)$$

$$=\ln|1+\ln x|+C \qquad (8分)$$

14. 解：

令 $\sqrt{x+1}=t$，则 $x=t^2-1$，$\mathrm{d}x=2t\mathrm{d}t$，　(2分)

$$I=\int_1^2\frac{2t}{1+t}\mathrm{d}t \qquad (6分)$$

$$= 2\int_1^2 \left(1 - \frac{1}{1+t}\right) \mathrm{d}t \qquad (6\text{ 分})$$

$$= 2[t - \ln(1+t)] \Big|_1^2 = 2\left(1 + \ln\frac{2}{3}\right). \qquad (8\text{ 分})$$

15. 解：

$$\frac{\partial u}{\partial x} = f_1' + y f_2'. \qquad (4\text{ 分})$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = x f_{12}'' + f_2' + xy f_{22}''. \qquad (8\text{ 分})$$

16. 解：

$$\frac{\partial f}{\partial x} = y + z, \frac{\partial f}{\partial y} = z + x, \frac{\partial f}{\partial z} = x + y, \qquad (2\text{ 分})$$

$$\mathbf{grad} f(1,1,-2) = (-1,-1,2) \qquad (4\text{ 分})$$

$$\boldsymbol{l}^0 = \left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right), \qquad (6\text{ 分})$$

$$\left.\frac{\partial f}{\partial l}\right|_{(1,1,-2)} = (-1) \times \frac{2}{3} + (-1) \times \frac{1}{3} + 2 \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}. \qquad (8\text{ 分})$$

17. 解：

在极坐标系中，闭区域 D 可表示为：$0 \leqslant r \leqslant 1, 0 \leqslant \theta \leqslant \pi$，

$$I = \int_0^\pi \mathrm{d}\theta \int_0^1 r\mathrm{e}^r \mathrm{d}r \qquad (3\text{ 分})$$

$$= \pi\left(r\mathrm{e}^r \Big|_0^1 - \int_0^1 \mathrm{e}^r \mathrm{d}r\right) \qquad (6\text{ 分})$$

$$= \pi. \qquad (8\text{ 分})$$

18. 解：

令 $P = \sin x + y - 3, Q = \cos y + 6x - 7$，

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = 6, \frac{\partial P}{\partial y} = 1 \qquad (2\text{ 分})$$

由格林公式得：

$$I = \iint_D (6-1) \mathrm{d}x\mathrm{d}y \qquad (6\text{ 分})$$

$$= 5 \times 2 \times 1 = 10 \qquad (8\text{ 分})$$

19. 解：

由 $\rho = \lim\limits_{n\to\infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{n+1}}{\frac{1}{n}} = 1$，得 $R = \frac{1}{\rho} = 1$， (4 分)

又 当 $x = -1$ 时，级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ 收敛，

当 $x=1$ 时，级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$ 发散，

所以　幂级数的收敛域为 $[-1,1)$.　(4 分)

令　$S(x)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n}$　$x\in[-1,1)$,

则　$S'(x)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}x^{n-1}=\frac{1}{1-x}$　$x\in(-1,1)$,　(6 分)

所以　$S(x)=\int_0^x S'(x)\mathrm{d}x+S(0)$

$$=\int_0^x\frac{1}{1-x}\mathrm{d}x+0$$

$$=-\ln(1-x)\qquad x\in[-1,1).$$　(8 分)

20. 解：

对应齐次方程的特征方程为

$r^2-3r+2=0$

特征根为　$r_1=1,r_2=2$,　(2 分)

对应齐次方程的通解为　$Y=C_1\mathrm{e}^x+C_2\mathrm{e}^{2x}$,　(4 分)

设原方程特解形式为　$y^*=a$,

代入原方程得　$a=4$,

得　原方程的一个特解为　$y^*=4$,　(6 分)

所以　原方程的通解为　$Y=C_1\mathrm{e}^x+C_2\mathrm{e}^{2x}+4$.　(8 分)

四、应用题与证明题：本大题共 2 小题，每小题 10 分，共 20 分。应用题的计算要有计算过程，证明题要有证明过程。

21. 证：

令　$f(x)=2\sqrt{x}-3+\frac{1}{x}$,　(2 分)

因为　$f'(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}-\frac{1}{x^2}=\frac{x^{\frac{3}{2}}-1}{x^2}>0\quad(x>1)$,　(6 分)

所以　$f(x)$ 在区间 $(1,+\infty)$ 内单调增加，

又　$f(1)=0$，且 $f(x)$ 在区间 $[1,+\infty)$ 上连续，　(8 分)

所以　当 $x>1$ 时，$f(x)>0$,

即　当 $x>1$ 时，$2\sqrt{x}>3-\frac{1}{x}$.　(10 分)

22. 解：

$S=\int_1^2\left(x-\frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x$　(3 分)

$$= \left(\frac{1}{2}x^2 - \ln x\right)\Bigg|_1^2 = \frac{3}{2} - \ln 2. \qquad (5 分)$$

$$V = \int_1^2 \left[\pi x^2 - \pi\left(\frac{1}{x}\right)^2\right]dx \qquad (8 分)$$

$$= \pi\left(\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{x}\right)\Bigg|_1^2 = \frac{11\pi}{6}. \qquad (10 分)$$